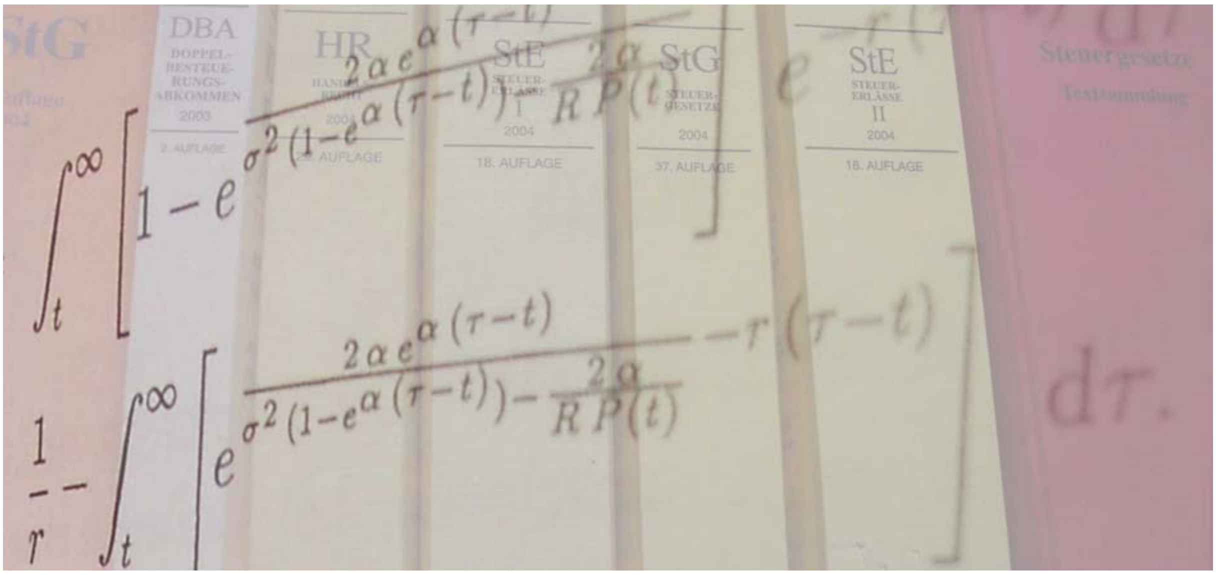
arqus

Arbeitskreis Quantitative Steuerlehre

www.arqus.info



Diskussionsbeitrag Nr. 2

Caren Sureth / Armin Voß

Investitionsbereitschaft und zeitliche Indifferenz bei Realinvestitionen
unter Unsicherheit und Steuern

März 2005

arqus Diskussionsbeiträge zur Quantitativen Steuerlehre
arqus Discussion Papers on Quantitative Tax Research
ISSN 1861-8944

Investitionsbereitschaft und zeitliche Indifferenz bei Realinvestitionen unter Unsicherheit und Steuern

Caren Sureth[*] und Armin Voß[†]

Universität Paderborn
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften

Diskussionsbeitrag
März 2005

[*] Prof. Dr. Caren Sureth, Universität Paderborn, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn, e-mail: csureth@notes.upb.de

[†] Dipl.-Wirt.Math. Armin Voß, Universität Paderborn, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn, e-mail: armin.voss@notes.uni-paderborn.de

Investitionsbereitschaft und zeitliche Indifferenz bei Realinvestitionen unter Unsicherheit und Steuern

Summary

We analyze the impact of taxation on the option to defer an investment decision and derive tax rates that do not influence the extent of postponement. Furthermore, we deduce from this option pricing framework a measure of an investor's disposition towards realizing an investment project under risk aversion. We show that capital gains taxation often reduces this disposition, whereas asymmetric tax treatment of profits and losses may compensate this effect at least partially. On this basis, we identify indifferent curves that describe different tax schedules providing constant disposition to invest. These curves enable a comparison of different tax rules and their impact on investment decisions without explicitly referring to the after-tax value of an investment project. Thereby, the decision-making process is simplified. Applying individual utility functions we finally analyze the influence of taxation on the investor's $\mu\sigma$ decision and on utility-based decisions. We highlight the overwhelming importance of integrating taxes in typically applied valuation approaches.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird der Einfluss der Besteuerung auf Warteoptionen bei Realinvestitionen untersucht. Es gelingt erstmals in einem optionspreistheoretischen Modellrahmen unter Einbeziehung von Veräußerungsgewinnbesteuerung Steuersätze herzuleiten, die die Entscheidung über den Zeitpunkt der Investitionsdurchführung nicht beeinflussen. Auf dieser Grundlage wird ein Maß für die Investitionsbereitschaft bei Risikoaversion bestimmt. Es zeigt sich, dass eine Besteuerung von Veräußerungsgewinnen die Investitionsbereitschaft regelmäßig reduziert, während asymmetrische laufende Besteuerung von Gewinnen und Verlusten diesen Effekt zumindest zum Teil kompensiert. Indifferenzlinien können hergeleitet werden, die Steuersatzkombinationen beschreiben, die die Bereitschaft eine Investition durchzuführen, unverändert belassen. Diese Linien erlauben des Weiteren den Vergleich unterschiedlicher steuerlicher Vorschriften und ihres Einflusses auf Investitionsentscheidungen, ohne explizit auf nachsteuerliche Barwerte des Investitionsobjektes abzustellen. Durch eine Modellerweiterung lassen sich schließlich erste Aussagen über den Einfluss der Besteuerung auf die Investitionsbereitschaft bei $\mu\sigma$-Entscheidungen und individuell nutzenbasierten Entscheidungen ableiten. Diese Ergebnisse unterstreichen die Bedeutung der Einbeziehung von Steuern in übliche Bewertungsansätze unter Unsicherheit.

Keywords: asymmetric taxation, capital gains tax, investment decisions, risk aversion, uncertainty

Stichwörter: asymmetrische Besteuerung, Veräußerungsgewinnsteuer, Investitionsentscheidungen, Riskoaversion, Unsicherheit

JEL classification: H25, H21

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Einleitung

Die Investitionswirkungen von Steuern sind seit vielen Jahren Gegenstand internationaler Forschung. Die Untersuchung nachsteuerlicher objektiver Entscheidungswirkungen und die Suche nach so genannten neutralen Steuersystemen haben allerdings bislang nur unter Annahme risikoneutraler Investoren zu allgemeingültigen Ergebnissen geführt. Durch Integration einer Gewinnbesteuerung in realoptionsbasierte Modelle wurde gezeigt, dass unter Risikoaversion bei Anwendung der contingent claims analysis ein fortgeschrittenes Kapitalmarkt-Gleichgewichtsmodell zur investitionsneutralen Besteuerung benötigt wird.[1] Dem entgegen gelingt es unter Anwendung dynamischer Programmierung unter bestimmten Restriktionen neutrale Steuersysteme unter Risikoaversion herzuleiten.[2]

Da Steuerreformen wie auch die Diskussion über optimale Steuersysteme und Entscheidungsneutralität der Besteuerung nach wie vor im Fokus wissenschaftlicher und öffentlicher Auseinandersetzungen stehen,[3] ist es aus Effizienzsicht wichtig herauszufinden, ob es unter realitätsnahen Annahmen Klassen von Steuersystemen gibt, die weniger Verzerrungen hervorrufen als andere. Neutrale Steuersysteme, die Investitionsentscheidungen unbeeinflusst lassen, gelten aus steuerpolitischer Perspektive in der Regel als wünschenswert und können als Eichstrich für die Analyse und damit die Beurteilung realer Steuersysteme herangezogen werden. Die Cash Flow Steuer und die Besteuerung des ökonomischen Gewinns sind prominente Beispiele für solche neutralen Steuersysteme.[4] Im Gegensatz zu diesen bekannten neutralen Systemen sind reale Steuersysteme normalerweise nicht neutral, sondern verzerren Investitionsentscheidungen.

Arbeiten zu den steuerlichen Wirkungen unter Unsicherheit[5], die teilweise allgemeingültige Schlussfolgerungen erlauben, vernachlässigen jedoch entweder die Wirkungen einer Veräußerungsgewinnbesteuerung oder unterliegen starken Restriktionen. Eine Einbeziehung der Besteuerung von Veräußerungsgewinnen in Modelle, die weitgehend von einer konkreten Risikoeinstellung des Investors unter Unsicherheit abstrahieren, ist bislang noch nicht erfolgt.

Da eine Besteuerung von Veräußerungsgewinnen großen Einfluss auf unternehmerische Entscheidungen nehmen kann, insbesondere auf Investitionsentscheidungen und damit einhergehend Zeitpunktentscheidungen, und zugleich den Regelfall der internationalen Besteuerungspraxis darstellt, hat sich das Schrifttum sehr umfangreich theoretisch mit den

[1] Vgl. Sureth (2002).
[2] Vgl. Niemann/Sureth (2004), Niemann/Sureth (2005).
[3] Vgl. Feldstein (1976), Auerbach/Hines (1988), Kaplow (1986), Hammond (1990), König (1997), Niemann (1999), Niemann/Sureth (2004).
[4] Vgl. Brown (1948), Samuelson (1964), Johansson (1969).
[5] Vgl. z.B. Harchaoui/Lasserre (1996), Niemann (1999), Jou (2000), Pennings (2000), Agliardi (2001), Sureth (2002), Basak/Gallmeyer (2003).

ökonomischen Wirkungen von laufender Besteuerung und Veräußerungsgewinnbesteuerung auseinandergesetzt. Stiglitz (1969) untersucht den Einfluss einer capital gains tax auf die Nachfrage nach risikobehafteten Anlageobjekten. Pye (1972) weist nach, dass eine privilegierte Besteuerung von capital gains taxation die optimale Dividendenpolitik beeinflusst. Balcer (1983) integriert die capital gains tax in ein Modell mit Dividendenbesteuerung und leitet schließlich eine neutrale Besteuerungsvorschrift ab. Auerbach (1989, 1991) diskutiert die durch eine Veräußerungsgewinnbesteuerung hervorgerufenen Verzerrungen und schlägt ein Steuersystem mit capital gains tax vor, das jeden Anreiz, die Aufdeckung von stillen Reserven zu verschieben, eliminiert und nicht auf grundsätzlich unbeobachtbare Informationen angewiesen ist. Bradford (1996) erweitert diese Arbeit in Hinblick auf Finanzinvestitionen. König/Wosnitza (2000) beweisen die verzerrenden Wirkungen einer Kursgewinnbesteuerung unter Anwendung eines Wachstumsmodells und leiten eine modifizierte verzerrungsfreie Kursgewinnbesteuerung ab. Scholz (1988) analysiert wie das Verhältnis der Steuersätze für die laufende und die Veräußerungsgewinnbesteuerung das individuelle Investitionsverhalten beeinflusst und bestätigt in diesem Kontext die Existenz von Clienteleffekten. Klein (1999, 2001) and Viard (2000) demonstrieren, dass der negative Anreiz, ein Investitionsprojekt zu verkaufen, mit dem Ausmaß der Besteuerung von capital gains wächst.

Des Weiteren existieren lediglich einige empirische Arbeiten auf der Grundlage von Daten US-amerikanischer börsennotierter Unternehmen,[6] die wichtige Hinweise zu den wahrscheinlichen Wirkungen einer capital gains tax auf das unternehmerische Investitionsverhalten geben. Ayers, Lefanowicz und Robinson (2003) testen empirisch, ob die Besteuerung von Veräußerungsgewinnen die Höhe der Prämien beeinflusst, die bei Unternehmenskäufen gezahlt werden. Ihre Untersuchungsergebnisse weisen darauf hin, dass das Steuersatzniveau des Anteilseigners eine signifikante Wirkung auf den Preis eines steuerpflichtigen Unternehmenskaufes hat. Jüngst untersuchen Keuschnigg/Nielsen (2004) empirisch den Einfluss einer capital gains tax auf Start-ups bei doppeltem moral hazard. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Poterba (1989a, 1989b), zeigen sie auf, dass eine Veräußerungsgewinnbesteuerung unternehmerische Aktivitäten hemmt. Sinai/Gyourko (2004) untersuchen den Zusammenhang zwischen einer Senkung der capital gains tax und dem Kurs von Immobilienunternehmen.

Da eine üblicherweise asymmetrische steuerliche Behandlung von Gewinnen und Verlusten im Rahmen der laufenden Besteuerung durch Verlustverrechnungsbeschränkungen oder durch Mindestbesteuerungskonzepte[7] in realoptionstheoretischen Arbeiten bisher vernach-

[6] Vgl. Ayers/Lefanowicz/Robinson (2003), Keuschnigg/Nielsen (2004), Sinai/Gyourko (2004).

[7] Vgl. z.B. Auerbach (1986), Auerbach/Poterba (1987), Bernheim (1989), Kiesewetter/Niemann (2004), Lyon (1990), Lyon (1997), MacKie-Mason (1990), Niemann (2004), Eeckhoudt/Gollier/Schlesinger (1997).

lässigt wurde, jedoch erheblichen Einfluss auf die Wirkungen der Besteuerung und insbesondere auch der Veräußerungsgewinnbesteuerung ausüben kann, soll auch dieser Aspekt in die Modellierung aufgenommen werden. Beide, das heißt, eine unvollkommene steuerliche Beachtlichkeit von Verlusten wie auch die Mindestbesteuerung (Alternative Minimum Tax) stellen international weit verbreitete Praxis dar. In Deutschland wurden durch die jüngste Reform der Verlustvortragsregelungen Elemente einer Mindestbesteuerung in das Einkommensteuergesetz eingeführt.

In diesem Papier soll nun ein erster Schritt zur Schließung dieser Lücken vollzogen werden. Hierzu wird die Realoptionstheorie angewendet,[8] um den Einfluss von Steuern (laufende Besteuerung und Veräußerungsgewinnbesteuerung) auf das unternehmerische Investitionsverhalten in einem einfachen Modell zu untersuchen.

Grundlegend für den Realoptionsansatz ist, dass jedes Investitionsprojekt hinsichtlich seiner Risikostruktur auf Aktienmärkten abgebildet (dupliziert) werden kann. Somit stehen die Methoden der Bewertung von Call- oder Putoptionen an Aktienmärkten auch bei der Bewertung von in Zusammenhang stehenden Realoptionen zur Verfügung. Denkbar ist etwa folgende Option: Ein potentieller Investor zahlt heute für das Recht, ein Investitionsprojekt zu einem späteren Zeitpunkt zu einem heute vereinbarten Preis zu kaufen bzw. zu verkaufen. Dieses Recht kann man nicht mit Hilfe eines einfachen Barwertansatzes bewerten, vielmehr muss die Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung des Investitionsprojektes und der Grad der Irreversibilität dieser Investition bei der Bewertung eines solchen Rechtes berücksichtigt werden. Des Weiteren hat auch der Zeitpunkt, zu dem das erworbene Recht ausgeübt wird, einen gewichtigen Einfluss auf die Bewertung der Realoption.

Gegenstand dieser Arbeit ist insbesondere der steuerliche Einfluss auf die Bewertung und damit auf den Wert von Realoptionen. Auf dieser Grundlage leiten wir über die Realoptionstheorie schließlich ein Maß für die Bereitschaft zu investieren ab. Die festgestellten steuerlichen Wirkungen auf Investitionsentscheidungen werden schließlich unter Rückgriff auf die Realoption in Abhängigkeit von individuellen Nutzenfunktionen genauer untersucht.

Das Papier ist folgendermaßen strukturiert: Zunächst erfolgt in Kapitel 2 eine Einführung in die Modellierung einer Warteoption anhand eines einfachen Binominalmodells. Danach integrieren wir die laufende Besteuerung (Kapitel 2.1) und die Veräußerungsgewinnbesteuerung (Kapitel 2.2). Nach der Aufnahme von Steuern in das allgemeine Modell sind wir in Kapitel 3 in der Lage ein Investitionsbereitschaftsmaß abzuleiten, mit dessen Hilfe steuerliche Einflüsse auf Investitionsentscheidungen genauer analysiert werden können. Zunächst stellen wir in Kapitel 3.1 ein Grundmodell vor. In den Kapiteln 3.2 und 3.3

[8] Vgl. Dixit/Pindyck (1994), Trigeorgis (1996).

betrachten wir zusätzlich die Auswirkungen von Steuern auf nutzentheoretisch geprägte Entscheidungssituationen, gefolgt von einem kurzen Anwendungsbeispiel in Kapitel 3.4. Das Papier schließt mit einem Fazit und Ausblick.

2 Warteoption

Ein risikoaverser Investor kann zum Zeitpunkt t_0 eine Investition in Höhe von I_0 tätigen. Eine Warteoption gibt ihm die Möglichkeit, seine Investition um einen bestimmten Zeitraum zu verschieben und diese später zu einem vorher vereinbarten Preis A, dem Ausübungspreis, zu realisieren.

Ein Binomialmodell soll die Bewertung der Investitionsentscheidung unter Unsicherheit verdeutlichen.[9] Die Einfachheit dieses Ansatzes erlaubt es, steuerliche Einflüsse zu isolieren und transparent darzustellen, während komplexere Ansätze, wie etwa stetige optionspreistheoretische Modelle, den intuitiven Zugang zu den Wirkungszusammenhängen unter Umständen erheblich erschweren. Da es gilt, durch diese Untersuchung grundlegende Effekte aufzuzeigen, verzichten wir auf derartige Komplikationen. Eine zeitstetige Modellierung unter Rückgriff auf geeignete stochastische Prozesse sei Gegenstand zukünftiger Forschung.[10]

Wir nehmen an, dass sich der Wert der Investition I_0 im Zeitpunkt t je nach Umweltentwicklung erhöht bzw. verringert. Die einfachste Form dieses Prozesses ergibt sich durch einen Binomialbaum mit einer pfadunabhängigen Struktur. Folgt einer Aufwärtsbewegung (up) in der nächsten Periode eine Abwärtsbewegung (down), führt dies zu dem selben Ergebnis wie eine Abwärts- mit einer anschließenden Aufwärtsbewegung, wenn annahmegemäß beide Bewegungen gleich groß sind. Die Veränderung des Wertes der Investition in Abhängigkeit vom Zeitpunkt und Umweltzustand ergibt grafisch den in Abbildung 1 dargestellten Verlauf:

[9] Vgl. grundlegend zum Binomialansatz Cox/Rubinstein (1985).

[10] Vgl. für eine stetige Modellierung mit (ausschließlich) laufender Besteuerung etwa Sureth (2002), Niemann/Sureth (2004), Niemann/Sureth (2005).

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & & u^2 \cdot I_0 \\
 & & & \nearrow & \\
 & & u \cdot I_0 & & \\
 & \nearrow & & \searrow & \\
I_0 & & & & u \cdot d \cdot I_0 \\
 & \searrow & & \nearrow & \\
 & & d \cdot I_0 & & \\
 & & & \searrow & \\
 & & & & d^2 \cdot I_0
\end{array}$$

Abbildung 1: Binomialmodell

Der Wert der Investition kann in jeder Periode mit dem Faktor u steigen oder mit dem Faktor d fallen. Zudem besteht die Möglichkeit, neben riskanten Anlagen Kapital zu einem risikolosen Zins r_f, anzulegen bzw. aufzunehmen. Zur Vereinfachung bezeichnen wir im Folgenden $r_f = r$. Um Arbitragefreiheit zu gewährleisten, muss gelten:

$$d < 1 + r < u \tag{1}$$

Dies ist notwendig, damit der Investor nicht die Möglichkeit hat, durch die risikolose Anlage sicher eine höhere Rendite zu erzielen als durch die Investition in die Risikoanlage. Die Restriktion $d < 1 + r$ sichert in dem Modell, dass der Investor bei einer ungünstigen Umweltentwicklung (Down) keine höhere Rendite aus der mit Unsicherheit behafteten Anlage zu erwarten hat, als es ihm die risikolose Anlagemöglichkeit am Kapitalmarkt bietet.

Konzentrieren wir uns zunächst auf den ein- und zweiperiodigen Fall ($T = 1, 2$ mit T, dem Ende der Optionsfrist) und gehen davon aus, dass es außerhalb des Modellrahmens liegende Gründe gibt, die es für den Investor vorteilhaft erscheinen lassen, seine Realinvestition zu verschieben. Das heißt, der Investor möchte seine Investition um eine bzw. zwei Perioden verschieben und erwirbt zu diesem Zweck eine Warteoption. Ein solches Szenario ist etwa dann denkbar, wenn ein Investor noch nicht über hinreichende Liquidität verfügt, um ein angestrebtes Investitionsprojekt realisieren zu können.

Der Wert dieser Warteoption $C(I_0, u, d, r, T)$ errechnet sich wie folgt:[11]

[11] Vgl. z.B. Cox/Rubinstein (1985), S. 173.

$$C(I_0, u, d, r, 1) = \frac{pE_u + (1-p)E_d}{1+r} \tag{2}$$

$$C(I_0, u, d, r, 2) = \frac{p^2 E_{uu} + 2p(1-p)E_{ud} + (1-p)^2 E_{dd}}{(1+r)^2} \tag{3}$$

$$C(I_0, u, d, r, T) = \frac{\sum_{n=0}^{T} \binom{T}{n} p^{T-n}(1-p)^n E_{u^{T-n}d^n}}{(1+r)^T} \tag{4}$$

mit

$$\begin{aligned}
\left[x\right]^+ &= max\{x, 0\} \\
A &= \text{Ausübungspreis} \\
E_u &= \left[uI_0 - A\right]^+ \\
E_d &= \left[dI_0 - A\right]^+ \\
E_{uu} &= \left[u^2 I_0 - A\right]^+ \\
E_{ud} &= \left[udI_0 - A\right]^+ \\
E_{dd} &= \left[d^2 I_0 - A\right]^+ \\
E_{u^{T-n}d^n} &= \left[u^{T-n} d^n I_0 - A\right]^+
\end{aligned}$$

Mit E_u wird also der Gewinn der Option in $t = 1$ bei einer Aufwärtsbewegung bezeichnet, das heißt, die Differenz zwischen dem Wert der Investition und dem Ausübungspreis in diesem Zeitpunkt. E_d gilt entsprechend bei einer Abwärtsbewegung. p^r beschreibt hierbei die risikolose Wahrscheinlichkeit, die sich wie folgt berechnet:[12]

$$p^r = \frac{1 + r - d}{u - d} \tag{5}$$

Die in Gleichung (5) beschriebene Wahrscheinlichkeit p^r bewirkt, dass die Warteoption fair bewertet wird, da die Investition mit einer derartigen risikolosen Wahrscheinlichkeit im Erwartungswert genau eine Verzinsung mit r erwirtschaftet.

Bezeichnen wir zur Vereinfachung nachfolgend mit p die risikolose Wahrscheinlichkeit, also $p^r = p$,[13] gilt für den Erwartungswert der Investition im einperiodigen Fall:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} = puI_0 + (1-p)dI_0 &= puI_0 - pdI_0 + dI_0 \\
&= \left(\frac{1 + r - d}{u - d}(u - d)I_0\right) + dI_0 \\
&= (1 + r)I_0
\end{aligned}$$

Man erkennt, dass wenn p Gleichung (5) erfüllt, sich gerade ein fairer Wert für die Option ergibt.[14]

[12] Vgl. Cox/Rubinstein (1985), S. 174.
[13] Werden andere Wahrscheinlichkeiten verwendet, wird im Folgenden explizit darauf hingewiesen.
[14] Vgl. Cox/Rubinstein (1985), S. 174.

Für den Ausübungspreis A wählen wir $I_0(1+r)$ nach einer Periode bzw. $I_0(1+r)^2$ nach zwei Perioden, da wir für den Investor unterstellen, dass er die Investition verschiebt und nach Ablauf von einer bzw. zwei Perioden das bis dahin verzinste Kapital real investieren will. Vorstellbar ist hierbei etwa, dass ein Investor A in Kooperation mit Investor B eine Unternehmung gründen möchte, in der A die Produkte von B verkauft. Da der Investor A im Zeitpunkt t_0 nicht in der Lage ist, das Risiko zu übernehmen, bietet ihm B eine Warteoption an. Anstatt einer Starthilfe erhält Investor A das Recht, in t_1 einen Betrag von $I_0(1+r)$ zu investieren, falls eine positive Umweltentwicklung eingetreten ist. Für diese Option muss er den Wert $C(I_0, u, d, r, 1)$ zahlen. Investor B deckt mit dem Ausübungspreis seine Opportunitätskosten und verpflichtet A, seine Produkte zu kaufen. Die daran geknüpften Gewinnerwartungen rechtfertigen die Motivation der Stillhaltung der Option und der damit verbundenen Übernahme des Risikos aus Sicht von B.

2.1 Laufende Besteuerung

Nachdem wir nun die Warteoption im Modell ohne Steuer definiert haben, wollen wir in diesem Abschnitt die laufende Besteuerung berücksichtigen. Wie durch das Modell oben angenommen, werden alle erwirtschafteten Gewinne sofort thesauriert und nehmen an der weiteren Entwicklung der Investition teil.

Sämtliche positive Kapitalerträge werden mit einer Steuer in Höhe von τ_u mit $\tau_u \in [0,1)$ belastet. Bei Verlusten bewirkt eine Steuer von τ_d mit $\tau_d \in [0,1)$ eine Steuererstattung. Das heißt, der Staat beteiligt sich mit τ_u am Gewinn und mit τ_d am Verlust aus der Investition. Beide Steuern fallen in der gleichen Periode wie der jeweilige Gewinn bzw. Verlust an. Gilt $\tau_u = \tau_d$, findet ein vollständiger steuerlicher Verlustausgleich statt.

Die Steuern wirken somit unmittelbar auf die Ausgangsgrößen u, d und r vor Steuern. Es ergeben sich nach Steuern folglich die Größen u_τ, d_τ und r_τ. Für diese nachsteuerlichen Größen gilt dann:

$$u_\tau := (u-1)(1-\tau_u)+1 = \tau_u + u(1-\tau_u) \tag{6}$$

$$d_\tau := (d-1)(1-\tau_d)+1 = \tau_d + d(1-\tau_d) \tag{7}$$

$$r_\tau := r(1-\tau_u) \tag{8}$$

Der Besteuerung unterliegt somit der Zuwachs, das heißt der Gewinn aus der Investition, $u-1$, bzw. der Verlust, $1-d$. Durch die oben dargestellten Steuereinflüsse[15] bleibt die Arbitragefreiheit gemäß Gleichung (1) unverletzt. Weiterhin gilt analog zum Modell ohne Steuern:

$$d_\tau < 1 + r_\tau < u_\tau \tag{9}$$

[15] Vgl. Gleichungen (6) bis (8).

Berücksichtigt man dies, ändert sich auch die risikolose Wahrscheinlichkeit p nach Gleichung (5) für die Bewertung einer Option, deren zu Grunde liegendes Objekt die Investition ist. Diese wird zu der nachsteuerlichen risikolosen Wahrscheinlichkeit p_τ von:

$$p_\tau = \frac{1 + r_\tau - d_\tau}{u_\tau - d_\tau} = \frac{1 + r - d - (\tau_d + r\tau_u - d\tau_d)}{u(1 - \tau_u) - d(1 - \tau_d) + \tau_u - \tau_d}$$

Alternativ lässt sich der Zusammenhang zwischen Besteuerung und risikoloser Wahrscheinlichkeit im steuerfreien Modell auch durch einen Faktor ausdrücken, den man durch die Division von p_τ durch p erhält:

$$\alpha := \frac{p_\tau}{p} = \frac{(u - d)\big[(1 + r - d) - \tau_u r - \tau_d(1 - d)\big]}{(1 + r - d)\big[(u - d) - \tau_u(u - 1) - \tau_d(1 - d)\big]} \tag{10}$$

Für diesen Faktor α gilt:

$$\begin{aligned} \tau_u > \tau_d \quad &\Leftrightarrow \quad \alpha > 1 \\ \tau_u = \tau_d \quad &\Leftrightarrow \quad \alpha = 1 \\ \tau_u < \tau_d \quad &\Leftrightarrow \quad \alpha < 1 \end{aligned}$$

Die obigen Äquivalenzen besagen, dass die risikolose Wahrscheinlichkeit p_τ genau dann steigt, wenn Gewinne steuerlich stärker erfasst werden als Verluste. Das Gegenteil gilt, wenn Verluste steuerlich mehr berücksichtigt werden als Gewinne. Bei symmetrischer Besteuerung von Gewinnen und Verlusten ändert sich hingegen die risikolose Wahrscheinlichkeit im Vergleich zum Modell ohne Steuern nicht.

Auch die risikolose Wahrscheinlichkeit nach Steuern p_τ erfüllt die Bedingungen für eine faire Bewertung der Option. Gilt im Modell ohne Steuern $\mathbb{E} = (1 + r)I_0$, so ergibt sich im Modell mit Steuern:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\tau = p_\tau u_\tau I_0 + (1 - p_\tau)d_\tau I_0 \quad &= \quad p_\tau(u_\tau - d_\tau)I_0 + d_\tau I_0 \\ &= \quad \left(\frac{1 + r_\tau - d_\tau}{u_\tau - d_\tau}(u_\tau - d_\tau)I_0\right) + d_\tau I_0 \\ &= \quad (1 + r_\tau)I_0 \end{aligned}$$

Der Erwartungswert der Investition ist also wiederum das mit dem Nachsteuerzinssatz verzinste Kapital.

Der Wert einer Option mit einperiodiger Laufzeit berechnet sich nun wie folgt:

$$\frac{p_\tau E_u^\tau + (1 - p_\tau)E_d^\tau}{1 + r_\tau} =: C_\tau(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 1) = C_\tau \tag{11}$$

mit

$$\begin{aligned} E_u^\tau \quad &= \quad (1 - \tau_u)E_u = max\{I_0(u_\tau - (1 + r_\tau)); 0\} \\ \text{und} \\ E_d^\tau \quad &= \quad max\{I_0(d_\tau - (1 + r_\tau); 0\} \end{aligned} \tag{12}$$

Die Faktorisierung von E_u^τ in Gleichung (12) ist zulässig, da gleiche Steuersätze bei der Besteuerung von Zinsen und Gewinnen aus Realinvestitionen vorausgesetzt werden.[16]

Der Wert der Option lässt sich als C_τ in Abhängigkeit von den beiden Steuersätzen τ_u und τ_d darstellen:

$$\begin{aligned} C_\tau &= \alpha \underbrace{\frac{(1-\tau_u)(1+r)}{1+r(1-\tau_u)}}_{=:\beta} C \\ &= \frac{\tau_u(r(u-d))+\tau_d(d(d-u)+u-d)+u(d-r-1)+d(1+r-d)(\tau_u-1)(1+r)}{(1+r-d)(\tau_u(u-1)+\tau_d(1-d)-u+d)(r(\tau_u-1)-1)} C \end{aligned}$$

Man erkennt, dass die Option mit steigendem Steuersatz τ_u und τ_d an Wert verliert.[17] Die Option, das Investitionsprojekt um eine Periode zu verschieben, wird durch eine zunehmende Besteuerung immer preiswerter. Der potentielle Investor muss dafür weniger Liquidität abgegeben als im Modell ohne Steuern. Ein risikoaverser Anleger ist somit nun eher geneigt, die Durchführung der Investition zu verschieben. Der Wert der Option fällt mit steigenden Steuersätzen entlang einer konkaven Kurve, hier

$$g(\tau_u, \tau_d)$$

mit

$$(\tau_u, \tau_d) \in [0,1) \times [0,1).$$

Er nimmt sein Infinum für Tupel $(1, \tau_d)$ mit $\tau_d \in [0,1)$ beliebig an. Das heißt, bei voller Besteuerung von Gewinnen kann über Verlustverrechnungsmöglichkeiten keine Kompensation erzielt werden. Sein Maximum erreicht er im Punkt $(0,0)$, also bei Steuersätzen von null.

Nimmt man nun an, dass sich der Investor risikoavers verhält und damit eine konkave Nutzenfunktion $h(x)$ besitzt, so ist aus der Analysis bekannt, dass $h(x) \circ g(x) = h(g(x))$ wiederum konkav ist. Interpretiert man den Wert der Warteoption als ein Maß für die Bereitschaft zu investitieren, so kann man durch die Gleichheit von Werten verschiedener Warteoptionen, etwa für unterschiedliche Ausübungszeitpunkte, Steuersätze finden, bei denen der Investor indifferent ist zwischen den beiden Warteoptionen zu Grunde liegenden Investitionsmöglichkeiten. Exemplarisch vergleichen wir an dieser Stelle zwei Warteoptionen, die sich in ihrer Laufzeit voneinander unterscheiden. Hierzu betrachten wir eine einjährige und eine zweijährige Warteoption im Zusammenhang mit einem bestimmten Investitionsobjekt.

[16] Bei E_d^τ gilt die Faktorisierung nicht, da hier auch die in der Realität typischen Fälle mit $\tau_u \neq \tau_d$ untersucht werden sollen.

[17] Vgl. Anhang A1.

Zu lösen ist folglich die Gleichung

$$C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 1) = C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 2). \tag{13}$$

Weiterhin setzen wir voraus, dass $ud > (1+r)^2$ für die zweijährige Option gilt.[18] Löst man Gleichung (13), die als Polynom in τ_u aufgefasst ein Polynom vierten Grades ist, nach τ_u auf, so existieren als Lösungen vier Steuersätze τ_u^i für $i = \{1, \ldots, 4\}$, bei denen beide Optionen den gleichen Wert annehmen:

$$\begin{aligned}
\tau_u^1 &= 1\\
\tau_u^2 &= \frac{1 + r + d(\tau_d - 1) - \tau_d}{r}\\
\tau_u^3 &= \frac{1}{2r^2}\Big[2r + 2r^2 + \tau_d + d(\tau_d - 1)(u-1) - u\tau_d +\\
&\quad \sqrt{(2r + 2r^2 + \tau_d + d(\tau_d - 1)(u-1) - u\tau_d)^2 - 4r^2(1 + 2r + r^2 + d(\tau_d - 1)u - u\tau_d)}\Big]\\
\tau_u^4 &= \frac{1}{2r^2}\Big[2r + 2r^2 + \tau_d + d(\tau_d - 1)(u-1) - u\tau_d -\\
&\quad \sqrt{(2r + 2r^2 + \tau_d + d(\tau_d - 1)(u-1) - u\tau_d)^2 - 4r^2(1 + 2r + r^2 + d(\tau_d - 1)u - u\tau_d)}\Big]
\end{aligned}$$

Für die Steuersätze τ_u^i mit $i = 1, 2, 4$ gilt $\tau_u^i \notin [0, 1)$. Somit liegen diese Steuersätze außerhalb des Definitionsbereiches, so dass nur $\tau_u^3 \in [0, 1)$ eine Lösung ist, bei der der Investor indifferent ist, seine Investition um eine weitere Periode zu verschieben, da der Wert der Option in beiden Fällen gleich ist.

Falls die zusätzliche Voraussetzung

$$ud > (1+r)^2 \tag{14}$$

nicht gilt, ist auch $\tau_u^3 \notin [0, 1)$. Somit gibt es dann keinen Steuersatz, bei dem der Investor indifferent zwischen beiden Haltedauern ist.

Abbildung 2 zeigt den Verlauf des Wertes der Warteoptionen bei ein- und zweiperiodiger Laufzeit exemplarisch für $u = 1,7$; $d = 0,8$; $r = 0,05$; $I_0 = 100$ und $\tau_d = 0$ in Abhängigkeit von τ_u.[19] In diesem Beispiel ist $\tau_u = 0,5642$ der Steuersatz, bei dem der Investor gerade indifferent zwischen den Haltedauern von einer und zwei Perioden ist.

[18] Gilt $ud \leq A = (1+r)^2$, so ist $E_{ud} = 0$.

[19] Die Werte sind in diesem Beispiel so gewählt, dass die Bedingung (14) erfüllt ist.

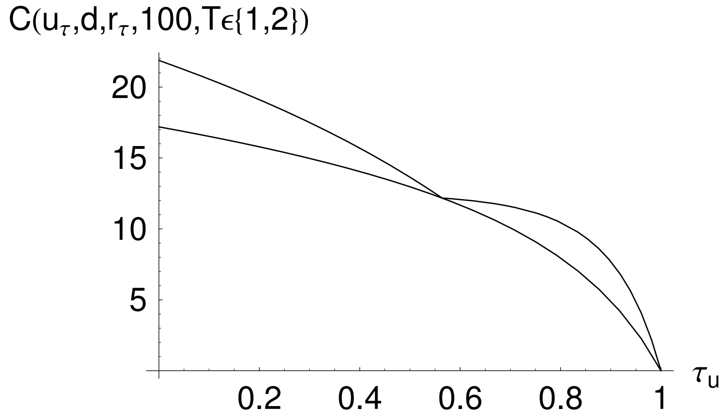


Abbildung 2: Verlauf des Wertes von einjähriger und zweijähriger Warteoption in Abhängigkeit von τ_u

Abbildung 3 zeigt den Verlauf der Werte von Warteoptionen mit ein-, zwei- und dreiperiodiger Haltedauer am Beispiel ($u = 2,2$, $d = 0,8$, $r = 0,05$, $I_0 = 100$ und $\tau_d = 0$).[20] Der Investor ist hier bei einem Steuersatz von $\tau_u = 0,7673$ indifferent zwischen der Haltedauer von einer und zwei Perioden. Bei Steuersätzen $\tau_u = 0,4133$ und $\tau_u = 0,8942$ ist er indifferent zwischen einer Haltedauer von zwei und drei Perioden.

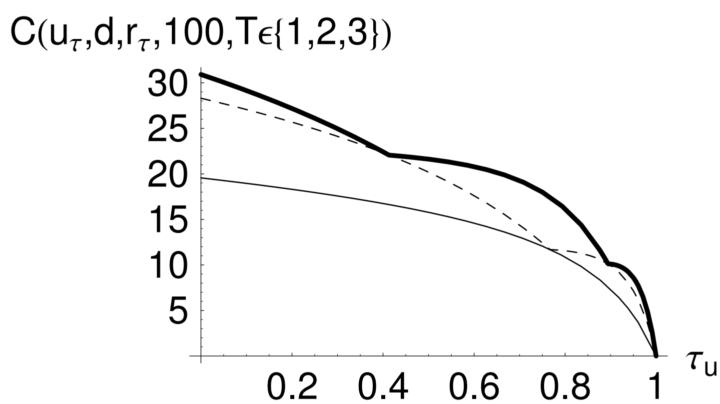


Abbildung 3: Verlauf des Wertes von einjähriger, zweijähriger und dreijähriger Warteoption in Abhängigkeit von τ_u

Allgemein lässt sich die Anzahl der möglichen Steuersätze, bei denen der Investor indifferent zwischen der Haltedauer T und $T+1$ ist, so beziffern: Falls $\tau_u = 0$ und $E_{u^{T+1-n}d^n} > 0 \Leftrightarrow u^{T+1-n}d^n > (1+r)^{T+1}$ gilt für $0 \leq n \leq T+1$, so gibt es $T+1-n$ mögliche

[20] Hier muss gemäß (14) $udd > (1+r)^3$ gelten, um zwei τ_u für die Indifferenz zu erhalten. Siehe unten.

Steuersätze $\tau_u \in [0,1)$ für eine Indifferenz in der Haltedauer zwischen T und $T+1$. Die Menge der möglichen Steuersätze $\mathbb{T}_u$ und ihre maximale Anzahl[21] lassen sich dann wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned}\mathbb{T}_u &= \left\{\tau_u^* \in [0,1) \quad | \quad \tau_u^* = \max_{\tau_u}\{\tau_u | E_{u_\tau^{T+1-n} d_\tau^n} = 0 \quad \forall n = 0 \ldots T\}\right\} \\ \#\mathbb{T}_u &\leq T\end{aligned}$$

Eine Indifferenz zwischen Haltedauern $T+2$ und T ist nicht zu erwarten. Dies lässt sich durch Lösen der Ungleichung

$$\begin{aligned} & C(u_\tau, d_\tau, r_\tau, I_0, T+2) && > C(u_\tau, d_\tau, r_\tau, I_0, T) \quad \forall \tau_u \in [0,1) \\ \Leftrightarrow \; & \sum_{n=0}^{T+2} \tbinom{T+2}{n} p^{T+2-n}(1-p)^n E_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} && > \sum_{n=0}^{T} \binom{T}{n} p^{T-n}(1-p)^n E_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n}(1+r_\tau)^2 \end{aligned}$$

nachweisen.[22]

2.2 Veräußerungsgewinnbesteuerung

Neben einer Besteuerung laufender Gewinne aus einer Investition sehen viele Steuersysteme vor, den Gewinn, der bei einer Veräußerung eines Investitionsprojektes realisiert wird, ebenfalls steuerlich zu erfassen. Vor diesem Hintergrund erweitern wir das Modell und integrieren als zusätzlichen steuerlichen Parameter eine Veräußerungsgewinnsteuer. Hierfür bezeichne $\tau_g \in [0,1)$ den Steuersatz auf den Veräußerungsgewinn. Um die Wirkung einer solchen Steuer zunächst im einfachsten Szenario zu modellieren, betrachteten wir Fälle mit $\tau_g > 0$ und $\tau_d, \tau_u = 0$, also ohne laufende Besteuerung.

Sollte der Halter der Option am Ende der Laufzeit die Option ausüben und die erworbene Unternehmung sofort wieder verkaufen, muss er die Differenz aus dem Veräußerungserlös und den Anschaffungskosten versteuern. Als Veräußerungserlös ergibt sich genau der Wert der Unternehmung nach einer Aufwärtsbewegung uI_0 im Veräußerungszeitpunkt.[23] In unserem Modell berechnen sich zunächst die Anschaffungskosten aus dem zu zahlenden Ausübungspreis und dem Kaufpreis der Warteoption C. Im einperiodigen Fall beträgt der Anschaffungspreis daher $I_0(1+r)+C$.

[21] Beachte:
1. $n = T \Rightarrow E_{u_\tau^0 d^{T+1}}$ gemäß Gleichung (9).
2. $n = 0 \Rightarrow E_{u_\tau^{T+1} d^0} > 0 \quad \forall \tau_u \in [0,1)$ gemäß Gleichung (9).

[22] Vgl. Anhang A2.

[23] Der Veräußerungszeitpunkt entspricht in diesem Fall genau dem Ausübungszeitpunkt.

Für den Halter ergibt sich demnach ein Nettoverkaufserlös [24] von:

$$\begin{aligned} & I_0(u-(1+r)) - \tau_g(I_0(u-(1+r)) - C) \\ & \quad = I_0(u-(1+r))(1-\tau_g) + \tau_g C. \end{aligned}$$

Damit ändert sich jedoch auch der für die Bestimmung des Wertes der Warteoption zu Grunde liegende mögliche Gewinn aus der Option, E_u. Nach Berücksichtigung einer Veräußerungsgewinnbesteuerung ergibt sich für eine Aufwärtsbewegung entsprechend:

$$E_u^{\tau_g} = max\{I_0(u-(1+r))(1-\tau_g) + \tau_g C; 0\}$$

Daraus resultiert ein neuer Preis der Warteoption in Höhe von:

$$\begin{aligned} C_{\tau_g} &:= \tfrac{p\left(I_0(u-(1+r))(1-\tau_g)+\tau_g C\right)}{1+r} \\ &= \tfrac{(1-\tau_g)(1+r)+p\tau_g}{1+r} C \\ &= \gamma C \end{aligned} \tag{15}$$

mit

$$\gamma = \frac{(1-\tau_g)(1+r)+p\tau_g}{1+r} \tag{16}$$

Man sieht leicht, dass $C_{\tau_g} \leq C$ gilt.[25] Somit hat die Veräußerungsgewinnbesteuerung denselben Effekt wie die laufende Besteuerung.[26] Sie verringert den Wert der Warteoption und damit die Bereitschaft zu investieren.

Eine Veränderung der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten aufgrund der Veräußerungsgewinnbesteuerung festzumachen, ist mit folgenden Schwierigkeiten verbunden:

- Im Gegensatz zur laufenden Besteuerung wirkt die Veräußerungsgewinnbesteuerung nur in der letzten Periode des Planungszeitraumes. Man muss also darauf achten, dass sich der Faktor u nur in dieser Periode in Abhängigkeit vom Zustand in Periode $T-1$ ändert. Das heißt, die Ableitung eines pfadunabhängigen Prozess ist für mehr als eine Periode nicht mehr möglich.[27]

- So muss beachtet werden, ob im Zustand $T-1$ der Faktor u so wirkt, dass im Zustand T ein Veräußerungsgewinn entsteht, der der Veräußerungsgewinnbesteuerung unterliegt.

[24] Nettoverkaufserlös = Wert der Unternehmung zum Ausübungszeitpunkt der Option abzüglich (Anschaffung zum Ausübungspreis A + Call).

[25] Vgl. Anhang A3.

[26] Beachte, dass τ_g allerdings keine Auswirkungen auf $p = p_\tau$ hat.

[27] Im einperiodigen Fall kann dies leicht durch die um die Veräußerungsgewinnbesteuerung geminderte Größe u analog zu der Minderung durch τ_u geschehen. Im mehrperiodigen Kontext kann der Fall der Besteuerung bei allen Knotenpunkten der Form $u^{t-s}d^s$ mit $s < t$ und $s \geq 1$ allgemein nicht bestimmt werden. Es muss bekannt sein, ob $u^{t-s}d^s > A$ gilt.

- Weiterhin steht es dem Halter der Option offen, die Option auszuüben und sofort wieder zu verkaufen.

Somit ist auch aus ökonomischer Sicht die Einbeziehung der Veräußerungsgewinnbesteuerung in die risikolosen Wahrscheinlichkeiten zur Bestimmung eines fairen Wertes der Option nicht eindeutig. Aus diesem Grund wurde in diesem Rahmen einer ersten Untersuchung auf die genaue Einbeziehung aller bisher bekannten Faktoren verzichtet. Folglich muss diese Bestimmung als qualitative Betrachtung gesehen werden.[28]

3 Wert der Warteoption als Investitionsbereitschaftsmaß

Wir haben bis jetzt die Warteoption unter dem Einfluss der laufenden Steuern oder der Veräußerungsgewinnbesteuerung betrachtet. In diesem Abschnitt wollen wir beide Ergebnisse zusammenführen, um aus dem Modell der Warteoption ein Maß für die Investitionsbereitschaft zu konstruieren. Dafür gehen wir davon aus, dass der risikoaverse Investor immer nach der Möglichkeit sucht, die Investition zu verschieben, um an einem eventuell schlechten Verlauf nicht partizipieren zu müssen. Je höher der Wert der Warteoption ist, desto teurer ist es für den Investor, die Möglichkeit eines Aufschubs zu bewirken. Folglich ist bei hohem Optionswert auch der Liquiditätsverlust, den er durch die Nichtteilnahme am Investitionsrisiko, das heißt durch die Inanspruchnahme der Aufschubsmöglichkeit, erfährt, besonders hoch. Daher ist weiter davon auszugehen, dass je geringer der Wert der Warteoption ist, desto geneigter wird der Investor sein, die Durchführung der Investition zu verschieben. Daraus folgt, dass ein hoher Wert der Warteoption zugleich eine hohe Investitionsbereitschaft impliziert.

3.1 Laufende Besteuerung und Veräußerungsgewinnbesteuerung im Grundmodell

Mit den Untersuchungen aus den vorherigen Kapiteln sind wir in der Lage, den Wert der Warteoption nach Steuern in Abhängigkeit von den relevanten Steuersätzen mit Hilfe eines Faktors auszudrücken. Bei laufender Besteuerung gilt:

$$C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 1) \quad = \quad \alpha\beta C(I_0, u, d, r, 1) \tag{17}$$

[28] Eine genauere Betrachtung folgt in auf diesem Beitrag aufbauenden Forschungsprojekten. Dort sollen die Schwierigkeiten der pfadabhängigen Betrachtungen durch Ansätze aus der Numerik und der Wahrscheinlichkeitstheorie unter Berücksichtigung von Trinomialmodellen gelöst werden.

Erweitern wir das Modell mit laufender Besteuerung (Kapitel 2) um die Veräußerungsgewinnsteuer, so kann auf den Faktor γ, der den Einfluss einer isolierten Veräußerungsgewinnbesteuerung erfasst, zurückgegriffen werden.[29] Dieser muss allerdings noch um die Effekte der laufenden Besteuerung ergänzt werden, indem r durch r_τ ersetzt wird. Des Weiteren sind die Wirkungen der Besteuerung auf u und d, wie bereits in Kapitel 2 hergeleitet, mit einzubeziehen. Auf dieser Grundlage lässt sich schließlich der Callwert darstellen als:

$$\begin{aligned} C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, \tau_g, 1) &= \gamma C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 1) \\ &= \gamma\alpha\beta C(I_0, u, d, r, 1) \end{aligned} \tag{18}$$

Es gibt einen Koeffizienten δ, der die Einflüsse aller modellierten Steuern auf den Wert der Option erfasst. Dieser ist bestimmt durch:

$$\begin{aligned} \delta = {} & \alpha\beta\gamma \\ = {} & \frac{(1+r)(1-\tau_u)(1+r-d-r\tau_u-(1-d)\tau_d)(u-d)((1-\tau_g)(1+r(1-\tau_u))+p\tau_g)}{(1+r-d)(1+r(1-\tau_u))^2(u-d-(1-d)\tau_d-\tau_u(u-1))} \end{aligned} \tag{19}$$

und nimmt Werte zwischen (0,1] an. Für $\tau_u = \tau_d = \tau_g = 0$ wird δ zu 1. Für den Fall der Höchstbesteuerung gilt:

$$\lim_{\substack{\tau_u \to 1 \\ \tau_d \to 1 \\ \tau_g \to 1}} \delta = 0$$

Abbildung 4 veranschaulicht den Faktor δ am Beispiel $u = 1,2$, $d = 0,8$, $r = 0,05$, $\tau_d = 0$. Man erkennt, dass δ mit steigendem τ_u und steigendem τ_g fällt. Der Koeffizient δ beschreibt hier den Einfluss der Besteuerung auf die Investitionsbereitschaft.

[29] Vgl. Geichung (16).

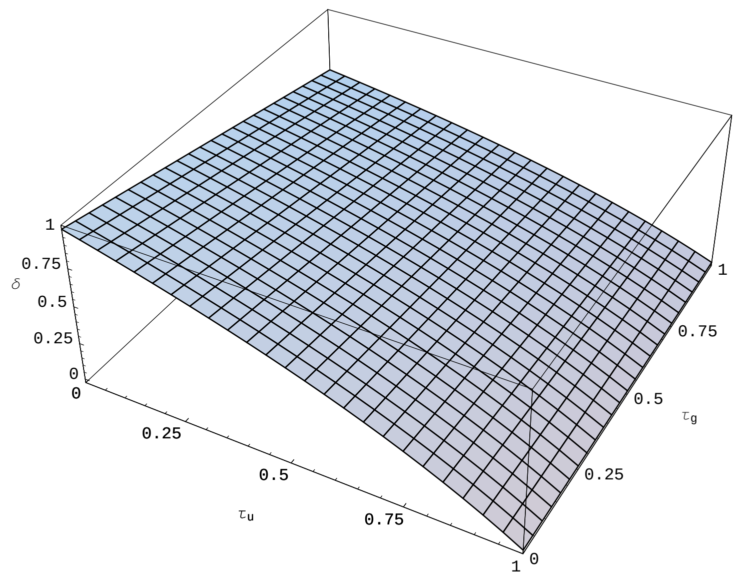


Abbildung 4: δ als Maß für den Einfluss der Besteuerung auf die Investitionsbereitschaft in Abhängigkeit von τ_u und τ_g

Zu jedem $\delta \in (0,1]$ kann man nun bei gegebenem τ_d Tupel von Steuersätzen (τ_u, τ_g) finden, für die der Investor dieselbe Bereitschaft aufbringt zu investieren. Diese Tupel beschreiben damit Steuersatzkonstellation die die Investitionstätigkeit jeweils im gleichen Maße beeinflussen.

Der Faktor δ ist unabhängig von der Anfangsinvestition I_0 und hängt nur von den Größen u, d, r, τ_u, τ_d und τ_g ab. Sucht man nach Steuersätzen, die gerade eine bestimmte Investitionsbereitschaft δ gewährleisten, lassen sich Tripel (τ_u, τ_d, τ_g) bestimmen. So ist z.B. bei vorgegebenem δ und τ_u nun τ_d und τ_g folgendermaßen zu wählen:

$$\tau_g = \frac{\delta - a}{b - c} \tag{20}$$

mit

$$a = \frac{(1+r)(1-\tau_u)(1-d+r-r\tau_u-(1-d)\tau_d)(u-d)}{(1+r-d)(1+r(1-\tau_u))(u-d-(1-d)\tau_d-\tau_u(u-1))}$$
$$b = \frac{(1+r)(1-\tau_u)(1-d+r-r\tau_u-(1-d)\tau_d)}{(1+r(1-\tau_u))^2(u-d-(1-d)\tau_d-\tau_u(u-1))}$$
$$c = \frac{(1+r)(1-\tau_u)(1-d+r-r\tau_u-(1-d)\tau_d)(u-d)}{(1+r-d)(1+r(1-\tau_u))(u-d-(1-d)\tau_d-\tau_u(u-1))}$$

Abbildung 5 zeigt für $\delta = 0,7$ die Tripelmenge $\{(\tau_u, \tau_d, \tau_g) | \delta = 0,7, u = 1.2, d = 0,8, r = 0,05\}$. Hierbei muss allerdings beachtet werden, dass der Definitionsbereich für τ_u, τ_d und τ_g nicht verlassen wird.

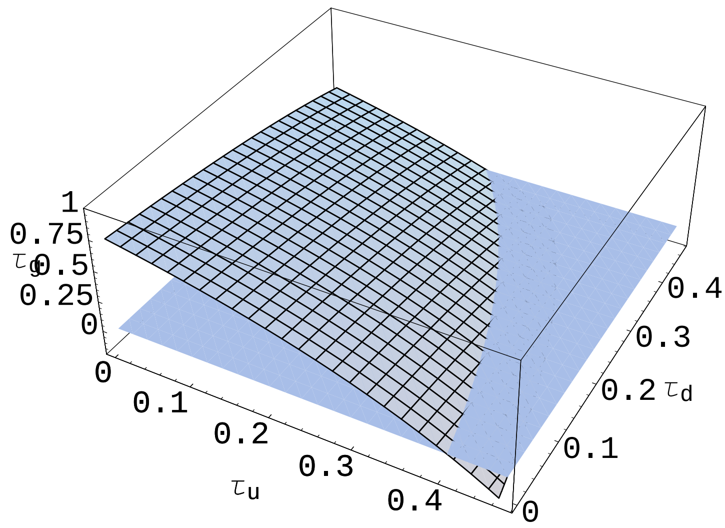


Abbildung 5: Steuersatzkombinationen (τ_u, τ_d, τ_g) für $\delta = 0,7$

Im Folgenden bezeichnen wir die in Gleichung (20) angesprochenen Tripelmengen als Indifferenzlinien. Wir können zu jedem vorgegebenem δ eine Menge von Steuersatzkombinationen angeben, die das vorgegebene Investitionsbereitschaftsmaß erfüllen. Abbildung 6 zeigt diese am gewählten Beispiel.

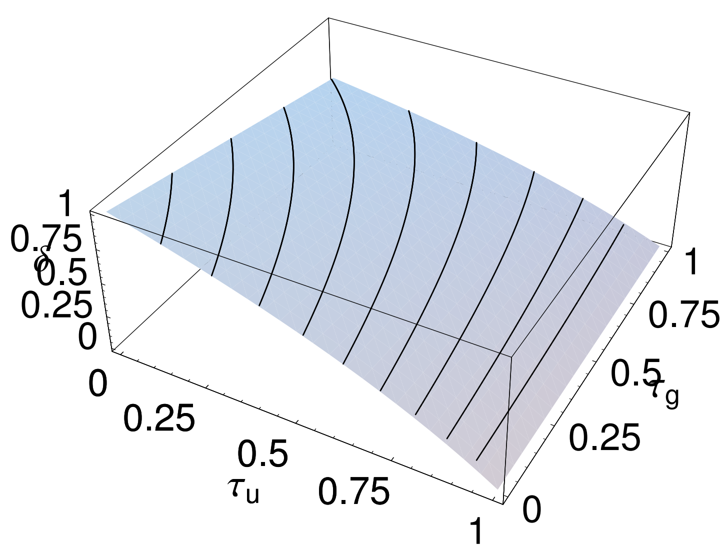


Abbildung 6: Steuerliche Indifferenzlinien und δ als Maß für das Investitionsbereitschaftsniveau

Für weitere Betrachtungen fassen wir das Investitionsbereitschaftsniveau δ als Funktion der drei veränderlichen Steuersätze τ_u, τ_d und τ_g auf, also als:[30]

$$\begin{aligned}\delta(\tau_u, \tau_d, \tau_g) &= (1+r)(1-\tau_u) \\ &\cdot \frac{(1-d+r-r\tau_u-(1-d)\tau_d)(u-d)((1-\tau_g)(1+r(1-\tau_u))+\frac{\tau_g(1-d+r)}{u-d})}{((1+r-d)(1+r(1-\tau_u))^2((1-u)\tau_u-d+(d-1)\tau_d+u))}\end{aligned} \tag{21}$$

Nun wollen wir wie in den Steuersystemen vieler Staaten annehmen, dass sich die Steuersätze für laufende und Veräußerungsgewinnbesteuerung von einander unterscheiden.[31] Zuerst werden wir die laufende Besteuerung als ein Vielfaches der Veräußerungsgewinnsteuer untersuchen. Das heißt, wir unterstellen, dass

$$\tau_g = \omega_1 \tau_u \quad \text{mit } \omega_1 \in [0,1] \tag{22}$$

gilt.

Die Annahme soll noch erweitert werden, indem wir eine geringere Möglichkeit, Verluste steuerlich in Abzug zu bringen, als Gewinne besteuert werden, einräumen.

$$\tau_d = \omega_2 \tau_u \quad \text{mit } \omega_2 \in [0,1] \tag{23}$$

In Abbildung 7 sind für $\omega_2 = 0, \frac{1}{2}$ und 1 und $\omega_1 = \frac{k}{5}$ mit $k = 0, \ldots, 5$ die jeweiligen δ abgebildet. Man erkennt, dass τ_d, also die Verlustverrechnungsvorschrift, auch paradoxe Investitionswirkungen hervorrufen kann.

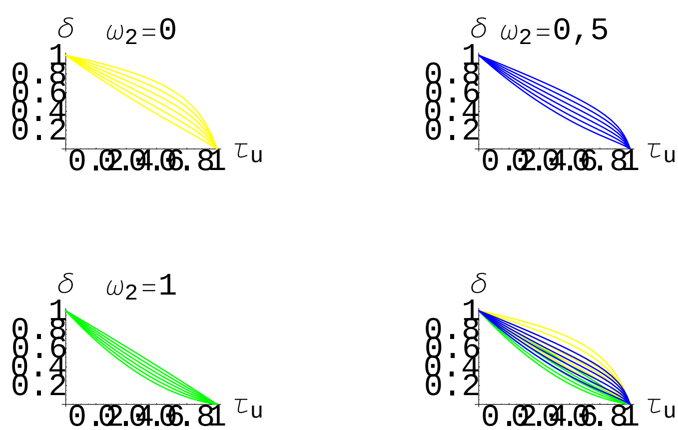


Abbildung 7: Funktionenscharen für abhängige Steuersätze

In Abbildung 7 markieren jeweils die unteren Linien das Investitionsbereitschaftsmaß bei Wahl von $\omega_1 = 1$. Die oberen Linien zeigen den Verlauf des Bereitschaftsmaßes bei einer

[30] Vgl. Gleichung (20).

[31] Dies gilt z.B. für die Besteuerung von Veräußerungsgewinnen aus Beteiligungen an Personengesellschaften in Deutschland und für die Besteuerung von capital gains in USA und Kanada.

Wahl von $\omega_1 = 0$. Hier zeigt sich nochmals die hemmende Wirkung einer Veräußerungsgewinnbesteuerung.

Die Funktionenscharen in den ersten drei Quadranten zeigen diese Wirkungen bei unterschiedlicher Wahl des Grades der Symmetrie der Besteuerung. Für $\omega_2 = 1$ liegt eine vollkommen symmetrische Besteuerung von Gewinnen und Verlusten vor, während wir bei $\omega_2 = 0$ eine vollkommene Asymmetrie vorfinden. Vergleicht man den Verlauf der Funktionenscharen der ersten drei Quadranten im vierten Quadranten, zeigt sich wieder die hemmende Wirkung von Verlustverrechnungsmöglichkeiten bzgl. der Bereitschaft zu investieren.[32]

3.2 Laufende Besteuerung bei einem $\mu\sigma$-Entscheider

In den bisherigen Untersuchungen haben wir das Niveau der Investitionsbereitschaft über den numerischen Wert der Option analysiert, ohne dabei auf die individuellen Präferenzen des Investors einzugehen. Im Folgenden betrachten wir einen $\mu\sigma$-Entscheider und untersuchen für diesen die entscheidungsbestimmenden Momente Erwartungswert und Varianz.

Während wir den Einfluss von Steuern auf die risikolose Wahrscheinlichkeit bei der Bewertung der Option bereits im vorherigen Kapitel verdeutlicht haben, werden wir im Folgenden im einperiodigen Fall die Steuersensitivität von Erwartungswert und Varianz analysieren.

Während bislang der Wert unter Rückgriff auf risikolose Wahrscheinlichkeiten[33] in Analogie zur Optionspreistheorie ermittelt wurde, greifen wir nun alternativ statt auf p auf eine durch steuerliche Einflüsse unveränderte Wahrscheinlichkeit p^R zurück.[34] Da es sich nun um Entscheidungen eines $\mu\sigma$-Entscheiders handelt, ist p^R für die Entscheidung über die Investition von Relevanz und nicht die zur Bewertung der Option verwendete risikolose Wahrscheinlichkeit p.

Der Erwartungswert berechnet sich im Fall ohne Steuern wie folgt:

$$\mathbb{E} = (p^R u + (1 - p^R)d)I_0$$

Um die Untersuchung einfach zu halten, führen wir lediglich eine laufende Besteuerung ein. Der Erwartungswert $\mathbb{E}_\tau$ wird nun zu:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_\tau &= (p^R u_\tau + (1 - p^R)d_\tau)I_0 \\ &= (p^R(\tau_u + u(1 - \tau_u)) + (1 - p^R)(\tau_d + d(1 - \tau_d))I_0.\end{aligned}$$

[32] Vgl. zu ähnlichen Ergebnissen auch Kiesewetter/Niemann (2004), Niemann (2004).

[33] Vgl. Löffler/Kruschwitz (2003).

[34] Wir bezeichnen diese Wahrscheinlichkeit mit p^R, da es sich hierbei um eine reale Wahrscheinlichkeit und nicht um eine risikoneutrale bzw. Pseudowahrscheinlichkeit handelt.

Man sieht, dass im Fall der Vollbesteuerung, das heißt für $\tau_u = \tau_d = 1$, alle Gewinnchancen der Investition verschwinden. $\mathbb{E}_\tau$ nimmt gerade den Wert I_0 an.
Dagegen steigt $\mathbb{E}_\tau$ mit steigendem τ_d und fällt mit steigendem τ_u. Es gilt:

$$\mathbb{E}_\tau < \mathbb{E} \quad \Leftrightarrow \quad \tau_d < \frac{p^R \tau_u (u-1)}{(d-1)(p^R-1)} \tag{24}$$

$$\mathbb{E}_\tau = \mathbb{E} \quad \Leftrightarrow \quad \tau_d = \frac{p^R \tau_u (u-1)}{(d-1)(p^R-1)} \tag{25}$$

$$\mathbb{E}_\tau > \mathbb{E} \quad \Leftrightarrow \quad \tau_d > \frac{p^R \tau_u (u-1)}{(d-1)(p^R-1)} \tag{26}$$

$$\lim_{\substack{\tau_u \to 1 \\ \tau_d \to 1}} \mathbb{E}_\tau = I_0 \leq \mathbb{E}$$

Abbildung 8 zeigt am Beispiel ($u = 1,5,\ d = 0,8,\ p = 0,5,\ I_0 = 1$) den Verlauf des Erwartungswertes in Abhängigkeit von τ_u und τ_d. Der Erwartungswert nimmt in diesem Fall Werte zwischen 1,15 und 0 an. Die eingezeichnete Linie gibt die Menge der Steuersätze $\{(\tau_u, \tau_d)|\mathbb{E}_\tau = \mathbb{E}\}$ an, bei denen sich der Erwartungswert im Vergleich zum Modell ohne Steuern nicht verändert.

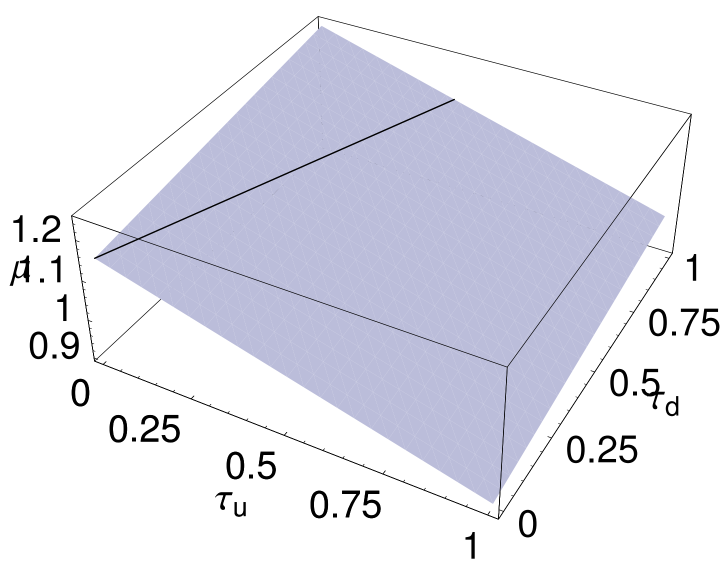


Abbildung 8: Erwartungswert $\mathbb{E}_\tau$ in Abhängigkeit von τ_u und τ_d

Die Grafik veranschaulicht nochmals, dass eine starke Besteuerung der Gewinne bei gleichzeitiger Nichtberücksichtigung von Verlusten den geringsten Erwartungswert hervorruft.

Da der $\mu\sigma$-Entscheider sich nicht nur am Erwartungswert, sondern auch an der Streuung der Werte orientiert, ist zusätzlich die Varianz bzw. Standardabweichung zu bestimmen. Die Varianz bzw. die Standardabweichung im Fall ohne Steuern ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} var &= p\Big(uI_0 - ((p^R u + (1-p^R)d)I_0)\Big)^2 + (1-p^R)\Big(dI_0 - ((p^R u + (1-p^R)d)I_0)\Big)^2 \\ \sigma &= \sqrt{var} \end{aligned}$$

Berücksichtigt man die laufende Besteuerung bei den Faktoren u und d, erhalten wir:

$$\begin{aligned} var_\tau &= p^R\Big((\tau_u + u(1-\tau_u))I_0 - ((p^R(\tau_u + u(1-\tau_u)) + (1-p^R)(\tau_d + d(1-\tau_d)))I_0)\Big)^2 \\ &\quad +(1-p^R) \\ &\quad \cdot\Big((\tau_d + d(1-\tau_d))I_0 - ((p^R(\tau_u + u(1-\tau_u)) + (1-p^R)(\tau_d + d(1-\tau_d)))I_0)\Big)^2 \\ \sigma_\tau &= \sqrt{var_\tau} \end{aligned}$$

Abbildung 9 verdeutlicht die Entwicklung der Varianz im oben gewählten Beispiel in Abhängigkeit von den beiden für die laufende Besteuerung relevanten Steuersätzen τ_u und τ_d.

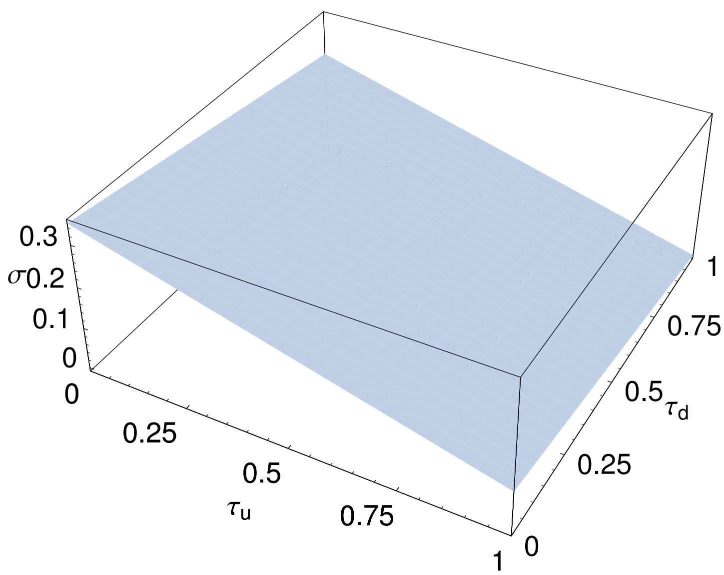


Abbildung 9: Standardabweichung σ in Abhängigkeit von τ_u und τ_d

Die laufende Besteuerung nimmt insofern Einfluss auf die Entscheidung des μ-σ-Entscheiders, als die Höhe und Relation der Steuersätze diese positiv oder negativ beeinflussen. So führen Steuersätze (τ_u, τ_d), die die Bedingungen (25) und (26) erfüllen, dazu, dass der Entscheider bei höherem bzw. gleichem Erwartungswert und geringerer Varianz bzw. Standardabweichung sich eher für die Investition entscheidet als ohne steuerlichen Einfluss.

Tupel (τ_u, τ_d), die die Bedingung (24) erfüllen, können hingegen dazu führen, dass der Entscheider abgeneigter ist, die Investition durchzuführen.

3.3 Laufende Besteuerung und Veräußerungsgewinnbesteuerung bei individuellen Nutzenfunktionen

Da ein $\mu\sigma$-Entscheider mit Hilfe seiner Entscheidungsregel zwei Projekte allein anhand der ersten beiden Momente beurteilt, soll eine komplexere Entscheidungsregel auf Grundlage einer individuellen Risikonutzenfunktion angewendet werden. Auf diese Weise kann ein Projekt bzw. seine Vorteilhaftigkeit für den Investor beurteilt und schließlich über die Durchführung der Investitions entschieden werden.

Es soll der Spezialfall der Nutzenfunktion nach Kahnemann/Tversky (1979) untersucht werden. Diese Nutzenfunktion wird verwendet, um Risikoaversität im positiven Bereich und Risikoaffinität im negativen zu berücksichtigen. Das heißt, ein Investor hat im Gewinnbereich durch einen Zuwachs von x Geldeinheiten einen geringeren Nutzenzuwachs als im Verlustbereich. Das heißt, die Erhöhung von z.B. 50 auf 100 GE hat für ihn einen geringeren Nutzen als die Reduzierung von 100 GE Schulden auf 50 GE Schulden. Diese häufig als plausibel angesehene Nutzenfunktion verläuft im Positiven konkav und im Negativen konvex gemäß der Abbildungsvorschrift:

$$\phi(x) = \begin{cases} x^{\beta} & \forall x \geq 0 \\ -\alpha(-x)^{\beta} & \forall x < 0 \end{cases}$$

mit $0 < \beta < 1$ als Reduktionssensitivität und $\alpha > 1$ als Risikoaversion. Für $\alpha = 2$ und $\beta = \frac{1}{3}$ ergibt sich beispielsweise:[35]

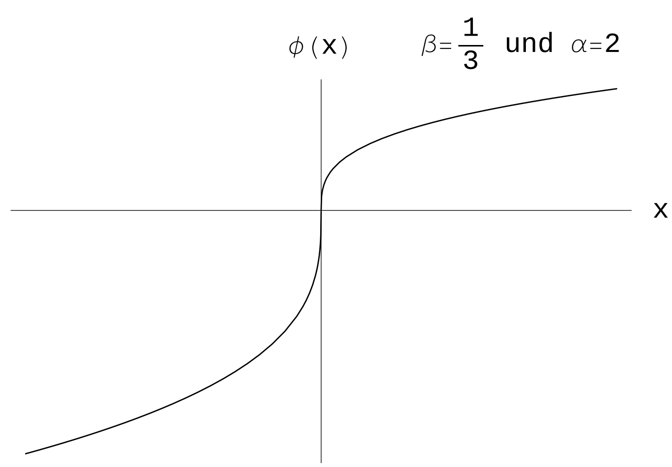


Abbildung 10: Nutzenfunktion nach *Kahnemann/Tversky*

[35] Diese Parameter wählt z.B. Stracca (2002).

Anhand dieser Nutzenfunktion sollen die Erwartungsnutzen des realen Investitionsprojektes und der Option analysiert werden. Das heißt, wir vergleichen die sofortige Durchführung der Investition mit der Alternative, die Durchführung aufzuschieben, um später in Abhängigkeit von den neuen Informationen über eine Realisation zu entscheiden. Dafür seien die folgenden Größen im Modell mit laufender Besteuerung definiert, bei denen entgangene Zinsgewinne berücksichtigt werden:[36]

$$\begin{aligned}
G^R &= I_0(u_\tau - 1 - r_\tau) \\
V^R &= I_0(1 - d_\tau - r_\tau) \\
G^C &= I_0(u_\tau - 1 - C(1 + r_\tau)) \\
V^C &= -C(1 + r_\tau)
\end{aligned}$$

G^R gibt den die Kapitalmarktverzinsung übersteigenden Gewinn bei erfolgreicher Durchführung der realen Investition an, G^C den entsprechenden Gewinn des Optionsgeschäftes (Call) bei positivem Verlauf. Analog bezeichnen die Größen V^R und V^C die Verluste aus dem Investitionsprojekt und dem Optionsgeschäft. Wir betrachten zwei Nutzen: Zum einen den erwarteten Nutzen aus dem Investitionsprojekt $\mathbb{E}[\phi(R)]$ und den erwarteten Nutzen bei Investition in den Call $\mathbb{E}[\phi(C)]$, die sich wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\phi(R)] &= q^R\phi(G^R) + (1 - q^R)\phi(V^R) \\
\mathbb{E}[\phi(C)] &= q^R\phi(G^C) + (1 - q^R)\phi(V^C)
\end{aligned}$$

Hierbei wird mit q^R die reale Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg des Projektes bezeichnet.

Zuerst konzentrieren wir uns darauf, bei welcher Wahrscheinlichkeit q^R eine Gleichheit der Erwartungsnutzen beider Investitionsmöglichkeiten beobachtet werden kann, für welches q^R gerade $\mathbb{E}[\phi(R)] = \mathbb{E}[\phi(C)]$ gilt.

Abbildung 11 zeigt für $u = 1,2$, $d = 0,8$, $r = 0,06$, $\tau_u = 0,3$, $\tau_d = 0,15$ und $\tau_g = 0,2$ die Werte für α und β, bei denen Erwartungsnutzengleichheit mit der dazugehörigen Wahrscheinlichkeit beobachtet werden kann. In diesem Besipiel liegt für $\alpha = 2$ und $\beta = 0,8$ die Indifferenzwahrscheinlichkeit bei $0,933$.

Weiter zeigt Abbildung 12 die Indifferenzwahrscheinlichkeiten für die reale Investition und das Optionsgeschäft bei einer Nutzenfunktion eines risikoneutralen Entscheiders in Abhängigkeit von den Steuersätzen τ_u und τ_d. Die dort eingezeichnete Linie beschreibt die notwendige reale Indifferenzwahrscheinlichkeit q^R bei symmetrischer Besteuerung. Sie liegt in diesem Beispiel bei 0,78125.

Auch hier erkennt man, sogar bei Risikoneutralität, dass die geforderten Wahrscheinlichkeiten für eine Indifferenz zwischen beiden Geschäften sehr hoch sind. Im Fall der vollen

[36] Es handelt sich hierbei um die Zinseinnahmen, die man bei alternativer Anlage des Betrages I_0 am Kapitalmarkt verdient hätte, auf die man durch Realisation der Realinvestition verzichtet.

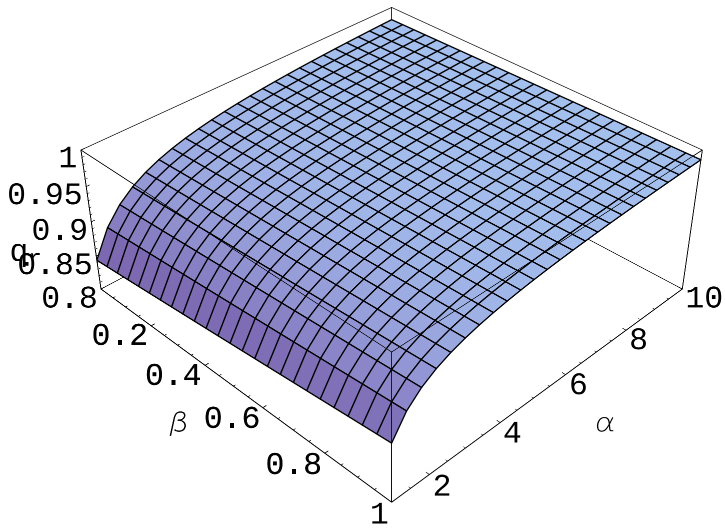


Abbildung 11: Reale Indifferenzwahrscheinlichkeit von Realinvestition und Optionsgeschäft

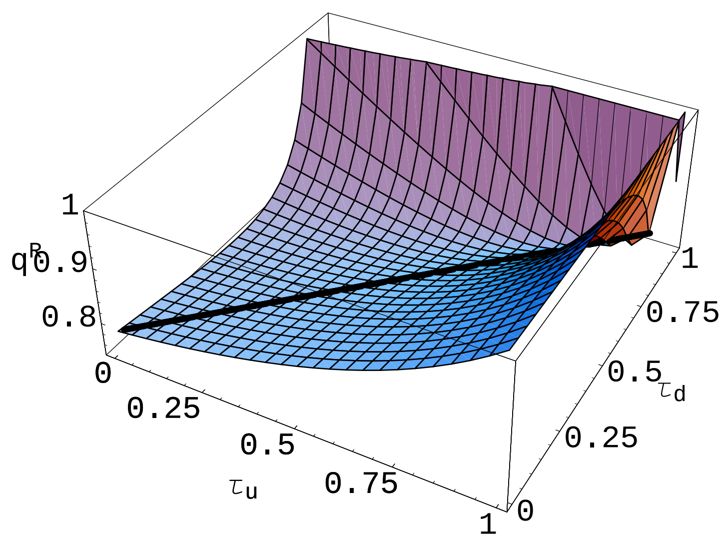


Abbildung 12: Reale Indifferenzwahrscheinlichkeit q^R in Abhängigkeit von τ_u und τ_d mit $\phi(x) = x$

symmmetrischen Besteuerung ist eine ebenso hohe Wahrscheinlichkeit wie im Fall ohne Besteuerung erforderlich. [37]

Je risikoaverser der Investor im Verlustbereich ist (zunehmendes α), desto höher ist Erfolgswahrscheinlichkeit, die er verlangt, um indifferent zwischen der realen Investition und dem Optionsgeschäft zu sein. Genauso verhält es sich, wenn er im Gewinnbereich risikoaffiner wird (zunehmendes β).[38] Für Wahrscheinlichkeiten, die oberhalb der Indifferenzwahrscheinlichkeit liegen, bevorzugt er das reale Investitionsprojekt, für welche, die darunter liegen, die Option.

Man sieht schon an diesem einfachen Beispiel, welch hohe reale Wahrscheinlichkeit erforderlich ist, um die Option nicht wahrzunehmen. Es zeigt sich somit, dass die Besteuerung in besonderem Maße investitionshemmend wirken kann.

3.4 Anwendungsbeispiel

Zur Verdeutlichung der theoretischen Ergebnisse dient das folgende Beispiel:

Ein Investor A besitzt 1 Millionen GE. Er überlegt, ob er diese in ein Ölförderungsprojekt investiert. Er würde allerdings bevorzugen, erst zu einem späteren Zeitpunkt (z.B. nach einem Jahr) in das Projekt einzusteigen, auch wenn dies für ihn bedeuten würde, dass das Projekt bei erfolgreicher Umweltentwicklung teurer geworden ist. Vor diesem Hintergrund gibt Investor A einem anderen Unternehmer B den Tipp, wo sich das Öl verbergen könnte. Dieser ist bereit, das Risiko einzugehen und eigene Mittel zu investieren. Investor A behält sich allerdings das Recht vor (Option), nach einem Jahr, falls die Produktion erfolgreich war, in das Projekt einzusteigen.

Folgende Daten sind dem Investor A bekannt:

- Er kann sein Kapital innerhalb eines Jahres risikolos zum Zinssatz von 6 % anlegen.
- Falls Öl gefunden wird, steigt der Wert der Ölförderungsanlage auf 1,8 Millionen GE.
- Falls kein Öl gefunden wird, hat die Anlage immer noch einen Restwert von 0,75 Millionen GE.
- Auf positive Kapitaleinnahmen muss ein Steursatz von 30 % entrichtet werden.
- Verluste können steuerlich geltend gemacht werden in einer Höhe von 15 %.
- Es wird eine Veräußerungsgewinnsteuer in Höhe von 25 % erhoben.

[37] Siehe auch Kapitel 4.

[38] Beachte: Für $\beta = 1$ ist der Investor risikoneutral, für $\alpha = 1$ besitzt er dieselbe Risikoeinstellung wie im Gewinnbereich.

Damit ergeben sich folgende Größen im Modell:

$$\begin{aligned} r &= 0,06 \\ u &= 1,8 \\ d &= 0,75 \\ \tau_u &= 0,3 \\ \tau_d &= 0,15 \\ \tau_g &= 0,25 \\ I_0 &= 1.000.000 \end{aligned}$$

und schließlich

$$\begin{aligned} C(I_0, u, d, r, 1) &= 229.993 \\ \gamma &= 0,6522 \\ C(I_0, u_\tau, d_\tau, r_\tau, 1) &= 150.011 \end{aligned}$$

Der potentielle Investor muss für die Option, seine Investition um ein Jahr zu verschieben, 150.011 GE zahlen. Sollte Öl gefunden werden, so kauft er die Anlage für 1,042 Millionen GE und verkauft sie sofort für 1,8 Millionen GE. Auf diese Differenz abzüglich des Callpreises muss er noch 15 % Veräußerungsgewinnsteuer zahlen, so dass ihm ein Nettoverkaufserlös von 455.992 GE bleibt.

Sollte kein Öl gefunden werden, so hat er einen Verlust von 150.011 GE gemacht, der dem Anschaffungspreis des Calls entspricht.

Beim Kauf der Option muss eine reale Wahrscheinlichkeit von 0,5055 und größer für den Ölfund existieren, damit im Erwartungswert die Verzinsung des Calls erreicht wird. Für die Investition muss bei gleicher Forderung eine reale Wahrscheinlichkeit von 0,6654 und größer existieren. Da die erforderliche Wahrscheinlichkeit für eine Durchführung der Investition höher ist als die für ein vorteilhaftes Optionsgeschäft, wird sich ein rationaler Entscheider für die Option entscheiden.

4 Fazit und Ausblick

Im dem Paper konnte der steuerliche Einfluss auf eine Realoption gezeigt werden, die einem Investor Flexibilität bezüglich der Durchführung einer Investition gibt. Der steuerliche Einfluss ist insofern von Bedeutung, als durch ihn die Wahl des Zeitpunktes der Investitionsdurchführung und das Niveau der Investitionsbereitschaft beeinflusst wird.

So können für Investitionsvorhaben unter gewissen Voraussetzungen Steuersätze hergeleitet werden, bei denen der Optionshalter indifferent in der Haltedauer der Option ist.

Diese Steuersätze ermöglichen es ihm, ohne finanziellen Mehraufwand seine Flexibilität zu erhöhen.

Es konnte gezeigt werden, dass eine asymmetrische Besteuerung die Momente Erwartungswert und Varianz erheblich verändern kann, und damit maßgeblichen Einfluss auf reale Entscheidungen ausüben kann.

Die investitionshemmende Wirkung einer Veräußerungsgewinnsteuer konnte anhand der Warteoption verdeutlicht werden. Durch diese Steuer sinkt der Wert der Flexibilität bezüglich der Investition. In der vorliegenden Analyse wurde hierfür ein qualitativer Ansatz gewählt. Für zukünftige Arbeiten muss diesem Punkt noch mehr Aufmerksamkeit gewidmet werden, um auch eine numerische, exakte Erfassung des Einflusses dieser Steuer zu analysieren. Hierfür ist zunächst der mathematische Rahmen zu erweitern. Denkbar sind Trinomialmodelle, bei denen die Wirkung der Veräußerungsgewinnsteuer in einem Pfad berücksichtigt werden kann. Explizite Differenzenapproximation parabolischer Differentialgleichungen könnten des Weiteren in diesem Kontext herangezogen werden, um genauer Erkenntnisse über die Wirkungen einer Besteuerung von Veräußerungsgewinnen unter Unsicherheit zu gewinnen.

Trotz der aufgezeigten negativen steuerlichen Einflüsse ist die Realoption im Vergleich zur sofortigen Durchführung der Realinvestition für einen Investor, der aufgrund seiner individuellen Nutzenfunktion entscheidet, häufig die vorteilhaftere Variante.

Die in diesem Beitrag hergeleiteten Indifferenzlinien erlauben es, unterschiedliche steuerliche Regelungen miteinander zu vergleichen und unter bestimmten Bedingungen Rückschlüsse über deren Wirkungen auf Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit zu ziehen. Hierdurch können unternehmerische Entscheidungsprozesse erheblich vereinfacht werden. Die Ergebnisse stellen des Weiteren heraus, dass einer sachgerechten Einbeziehung von Steuern in Bewertungsmodelle große Bedeutung zukommt und es vor diesem Hintergrund wichtig bleibt, Ansätze für eine Integration von Steuern unter Unsicherheit weiter zu entwickeln.

Anhang

Anhang A1

Sei $f(\tau_u, \tau_d) = \alpha \cdot \beta$
Dann gilt:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_d} \quad = \frac{\overbrace{(d-1)}^{<0}\overbrace{(1+r)}^{>0}\overbrace{(\tau_u-1)^2}^{>0}\overbrace{(d-u)}^{<0}\overbrace{(1+r-u)}^{<0}}{\underbrace{(d-(1+r))}_{<0}\underbrace{(-1+r(\tau_u-1))}_{<0}\underbrace{(\tau_u+d(\tau_d-1)-\tau_d+u-\tau_u u)^2}_{>0}} < 0$$

Anhang A2

Beh.:

$$\begin{aligned} & C(u_\tau, d_\tau, r_\tau, I_0, T+2) && > C(u_\tau, d_\tau, r_\tau, I_0, T) \quad \forall \tau_u \in [0,1) \\ \Leftrightarrow \quad & \textstyle\sum_{n=0}^{T+2} \binom{T+2}{n} p^{T+2-n}(1-p)^n E_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} && > \sum_{n=0}^{T} \binom{T}{n} p^{T-n}(1-p)^n E_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n} (1+r_\tau)^2 \end{aligned}$$

Beweisskizze:

$$\binom{T+2}{n} E^\tau_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} \geq \binom{T}{n} E^\tau_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n} (1+r_\tau)^2 \text{ , da } u_\tau^2 > (1+r_\tau)^2 \text{ nach Gleichung (9)}$$

Sei $n_i = \max\left\{n \in \mathbb{N} \quad | \quad E^\tau_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n} > 0\right\}$, dann gilt

$$E^\tau_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} \geq E^\tau_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n} = 0 \quad \forall n > n_i$$

Weiterhin gilt für alle $n \leq n_i$ und $A > 0$:

$$\begin{aligned} & \tbinom{T+2}{n} p_\tau^{T+2-n}(1-p_\tau)^n E_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} && > \binom{T}{n} p_\tau^{T-n}(1-p_\tau)^n E_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n}(1+r_\tau)^2 \\ \Leftrightarrow \quad & \underbrace{\frac{(T+2)(T+1)}{(T+2-n)(T+1-n)}}_{=y\geq 1} p_\tau^2 E^\tau_{u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n} && > E^\tau_{u_\tau^{T-n} d_\tau^n}(1+r_\tau)^2 \\ \Leftrightarrow \quad & y p_\tau^2 (u_\tau^{T+2-n} d_\tau^n I_0 - A) && > (u_\tau^{T-n} d_\tau^n I_0 - A)(1+r_\tau)^2 \\ \Leftrightarrow \quad & (y p_\tau^2 u_\tau^2 - (1+r_\tau)^2) u_\tau^{T-n} d_\tau^n I_0 && > A(y p_\tau^2 - (1+r_\tau)^2) \end{aligned}$$

Da $u_\tau^{T-n} d_\tau^n I_0 > A > 0 \quad \forall n \leq n_i$ gilt, bleibt zu zeigen:

$$\begin{aligned} & y p_\tau^2 u_\tau^2 - (1+r_\tau)^2 && > y p_\tau^2 - (1+r_\tau)^2 \\ \Leftrightarrow \quad & y p_\tau^2 u_\tau^2 && > y p_\tau^2 \\ \Leftrightarrow \quad & u_\tau^2 && > 1 \quad \text{nach Gleichung (9)} \end{aligned}$$

Anhang A3

Sei $\gamma(\tau_g) = \frac{(1-\tau_g)(1+r)+p\tau_g}{1+r}$
Es gilt: $\gamma(0) = 1$

$$\frac{\partial\gamma(\tau_g)}{\partial\tau_g} = \frac{\overbrace{p-1-r}^{<0}}{\underbrace{1+r}_{\geq 0}} < 0$$

das heißt, $\gamma(\tau_g)$ ist monoton fallend und nimmt somit auf dem Intervall $[0,1]$ keine Werte größer als 1 an.

Literatur

[1] Agliardi, E. (2001): Taxation and Investment Decisions: A Real Options Approach, in: *Australian Economic Papers*, vol. 40, 44-55.

[2] Auerbach, A. J. (1991): Retrospective Capital Gains Taxation, in: *American Economic Review*, vol. 81, 167-178.

[3] Auerbach, A.J. (1989): Capital Gains Taxation and Tax Reform, in: *National Tax Journal*, vol. 42, 391-401.

[4] Auerbach, A.J. (1986): The Dynamic Effects of Tax Law Asymmetries, in: *Review of Economic Studies*, vol. 53, 205-225.

[5] Auerbach, A.J., Hines, J. R. (1988): Investment Tax Incentives and Frequent Tax Reforms, in: *American Economic Review*, vol. 78, 211-216.

[6] Auerbach, A.J., Poterba, J.M. (1987): Tax Loss Carryforwards and Corporate Tax Incentives, in: Feldstein, M. (ed.): The Effects of Taxation on Capital Accumulation, Chicago, 305-338.

[7] Ayers, B., Lefanowicz, C.E., Robinson, J.R. (2003): Shareholder Taxes in Acquisition Premiums: The Effect of Capital Gains Taxation, in: *Journal of Finance*, vol. 58, 2783-2801.

[8] Balcer, Y. (1983): The Taxation of Capital Gains: Samuelson´s Fundamental Principle, in: *Public Finance*, vol. 38, 1-15.

[9] Basak, S., Gallmeyer, M. (2003): Capital Market Equilibrium with Differential Taxation, in: *European Finance Review*, vol. 7, 121-159.

[10] Bernheim, B.D. (1989): Incentive Effects of the Corporate Alternative Minimum Tax, in: *Tax Policy and the Economy*, vol. 3, 69-95.

[11] Böhm, H., Funke, M. (2000): Optimal Investment Strategies Under Demand and Tax Policy Uncertainty, in: *CESifo Working Paper Series*, No. 311, Munich.

[12] Bradford, D. F. (1996): Fixing Capital Gains: Symmetry, Consistency and Correctness in the Taxation of Financial Instruments, in: *Tax Law Review*, vol. 50, 731-785.

[13] Brown, E. C. (1948): Business-Income Taxation and Investment Incentives, in: Metzler, Lloyd A. et al. (eds.), Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of A.H. Hansen, New York, 300-316.

[14] Crasselt, N. (2004): Accounting-based investment incentives and real options, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Ergänzungsheft 3: Real Options, 55-76.

[15] Cox, J., Rubinstein, M. (1985): Option Markets, Englewood Cliffs NJ.

[16] Dixit, A.K., Pindyck, R.S. (1994): Investment under Uncertainty, Princeton.

[17] Eeckhoudt, L., Gollier, C., Schlesinger, H. (1997): The no-loss offset provision and the attitude towards risk of a risk-neutral firm, in: *Journal of Public Economics*, vol. 65, 207-217.

[18] Feldstein, M. (1976): On the Theory of Tax Reform, in: *Journal of Public Economics*, vol. 6, 77-104.

[19] Hammond, P. J. (1990): Theoretical Progress in Public Economics: A Provocative Assessment, in: *Oxford Economic Papers*, vol. 42, 6-33.

[20] Harchaoui, T. M., Lasserre, P. (1996): Le choix de capacité comme l'exercice d'une option d'achat financière, in: *Canadian Journal of Economics*, vol. 29, 271-288.

[21] Johansson, S.-E. (1969): Income Taxes and Investment Decisions, in: *Swedish Journal of Economics*, vol. 71, 104-110.

[22] Jou, J.-B. (2000): Irreversible Investment Decisions under Uncertainty with Tax Holidays, in: *Public Finance Review*, vol. 28, 66-81.

[23] Kahneman, D., Tversky, A. (1979): Prospect theory: An analysis of decision under risk, in: *Econometrica*, vol. 47, 263-292.

[24] Kaplow, L.(1986): An Economic Analysis of Legal Transitions, in: *Harvard Law Review*, vol. 99, 509-617.

[25] Keuschnigg, C., Nielsen, S. B. (2004): Start-ups, Venture Capitalists, and the Capital Gains Tax, in: *Journal of Public Economics*, vol. 88, 1011-1042.

[26] Kiesewetter, D., Niemann, R. (2004): Steuerparadoxa durch Endbesteuerung, Mindestbesteuerung und Begünstigung einbehaltener Gewinne, in: *Journal für Betriebswirtschaft*, 54. Jg., 129-139.

[27] Klein, P. (2001): The capital gain lock-in effect and long-horizon return reversal, in: *Journal of Financial Economics*, vol. 59, 33-62.

[28] Klein, P. (1999): The capital gain lock-in effect and equilibrium returns, in: *Journal of Public Economics*, vol. 71, 355-378.

[29] König, R. (1997): Wirtschaftliche Effizienz und Steuerreformen, Heidelberg 1997.

[30] König, R., Wosnitza, M. (2000): Zur Problematik der Besteuerung privater Aktienkursgewinne - eine ökonomische Analyse. in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 70. Jg., 781-801.

[31] Löffler, A., Kruschwitz, Lutz (2003): Discounted cash flows, http://www.wacc.de, abgerufen am 29.12.2004.

[32] Lyon, A.B. (1997): Cracking the Code - Making Sense of the Corporate Alternative Minimum Tax, Washington D.C.

[33] Lyon, A.B. (1990): Investment Incentives under the Alternative Minimum Tax, in: *National Tax Journal*, vol. 43, 451-465.

[34] MacKie-Mason, J.K. (1990): Some Nonlinear Tax Effects on Asset Values and Investment Decisions under Uncertainty, in: *Journal of Public Economics*, vol. 42, 301-327.

[35] Niemann, R. (2004): Investitionswirkungen steuerlicher Verlustvorträge - Wie schädlich ist die Mindestbesteuerung?, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 74. Jg., 359-384.

[36] Niemann, R.(1999): Neutral Taxation under Uncertainty, in: *Finanzarchiv*, N.F., vol. 56, 51-66.

[37] Niemann, R., Sureth, C. (2005): Capital Budgeting with Taxes under Uncertainty and Irreversibility, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, vol. 225, 77-95.

[38] Niemann, R., Sureth, C. (2004): Tax Neutrality under Irreversibility and Risk Aversion, in: *Economic Letters*, vol. 84, 43-47.

[39] Poterba, J. M. (1989a): Capital Gains Tax Policy Toward Entrepreneurship, in: *National Tax Journal*, vol. 42, 375-385.

[40] Poterba, J. M. (1989b): Venture Capital and Capital Gains Taxation, in: *Tax policy and the economy*, vol. 3, 47-67.

[41] Pye, G. (1972): Preferential Tax Treatment of Capital Gains, Optimal Dividend Policy, and Capital Budgeting, in: *Quarterly Journal of Economics*, vol. 86, 226-242.

[42] Samuelson, P.A. (1964): Tax Deductibility of Economic Depreciation to Insure Invariant Valuations, in: *Journal of Political Economy*, vol. 72, 604-606.

[43] Scholz, J. K. (1988): The Effect of the Relative Tax Treatment of Dividends and Capital Gains on Aspects of Corporate and Investor Behavior, in: *Proceedings of the National Tax Association*, 114-120.

[44] Sinai, T., Gyourko, J. (2004): The asset price incidence of capital gains taxes: evidence from the Taxpayer Relief Act of 1997 and publicly-traded real estate firms, in: *Journal of Public Economics*, vol. 88, 1543-1565.

[45] Stracca, L. (2002): The optimal allocation of risks under prospect theory, in: *European Central Bank Working Paper Series*, vol. 161, Frankfurt a.M.

[46] Stiglitz, J. E. (1969): The Effects of Income, Wealth, and Capital Gains Taxation on Risk-taking, in: *Quarterly Journal of Economics*, vol. 83, 263-283.

[47] Sureth, C. (2002): Partially irreversible investment decisions and taxation under uncertainty - a real option approach, in: *German Economic Review*, vol. 3, 185-221.

[48] Trigeorgis, L. (1996): Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, Cambridge, London.

[49] Viard, A. D. (2000): Dynamic asset pricing and incidence of realization-based capital gains taxes, in: *Journal of Monetary Economics*, vol. 46, 465-488.

Bislang erschienene **arqus** Diskussionsbeiträge zur Quantitativen Steuerlehre

arqus Diskussionsbeitrag Nr. 1
Rainer Niemann / Corinna Treisch: Grenzüberschreitende Investitionen nach der Steuerreform 2005 – Stärkt die Gruppenbesteuerung den Holdingstandort Österreich ? –
März 2005

arqus Diskussionsbeitrag Nr. 2
Caren Sureth / Armin Voß: Investitionsbereitschaft und zeitliche Indifferenz bei Realinvestitionen unter Unsicherheit und Steuern
März 2005

Impressum:

arqus – Arbeitskreis Quantitative Steuerlehre

Herausgeber: Dirk Kiesewetter, Ralf Maiterth, Rainer Niemann, Caren Sureth, Corinna Treisch

Kontaktadresse:
Prof. Dr. Caren Sureth, Universität Paderborn, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn,

www.arqus.info, Email: info@arqus.info

ISSN 1861-8944